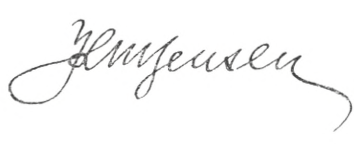
LAURBERG & GAD FOT. 1910 FOTOTYPI PACHT & CRONES EFTF.



MINDEORD
over afdøde Medlemmer.

I.

J. L. W. V. Jensen.

(8. Maj 1859—5. Marts 1925.)

Af **N. E. Nørlund.**

(Tale i Videnskabernes Selskabs Møde den 16. Oktober 1925.)

Telefoningeniør Dr. phil. Jensen viste tidlig udprægede Anlæg for Mathematik, men Forholdene i Hjemmet medførte, at han aldrig fik nogen egentlig videnskabelig Uddannelse. Ved Selvstudium erhvervede han sig omfattende Kundskaber baade indenfor Funktionstheorien og indenfor Algebraen, og allerede inden han var fyldt tyve Aar, begyndte han at publicere mathematiske Afhandlinger. Han besad en, selv for en Mathematiker, usædvanlig Evne til at fremstille sine Tanker i en klar og concis Form og med det mindst mulige Antal Forudsætninger. Hans Afhandlinger er udarbejdede med en minutiøs Omhu, og de er affattede i en ejendommelig, man kan sige, klassisk Stil, uden noget overflødigt Ord. Han yndede at trænge helt til Bunds i Problemerne, snarere end at bryde nye Veje. Han behandlede gerne Spørgsmaal, som andre tidligere havde beskæftiget sig med, idet han med stor Skarpsindighed simplificerede og præciserede Beviserne og samtidig drog de videst mulige Slutninger af de gjorte Forudsætninger. Der er sjelden noget at tillægge til det, som han har skrevet. Men hans Undersøgelser fik en fragmentarisk Karakter, og han fik aldrig Lejlighed til at udføre et større, sammenhængende Arbejde. Han kom derfor ikke til at udøve den Indflydelse paa Mathematikens Udvikling, som man efter hans tidligste Arbejder kunde have ventet.

Dr. Jensen blev født i Nakskov den 8. Maj 1859 som Søn af Boghandler Harald Jensen og Adelaïde Mohr. Kort efter at han havde begyndt Skolegangen, flyttede Familien til Norrland, hvor Faderen en Tid drev et Landbrug. Opholdet i Sverige varede dog kun nogle Aar; efter at være kommen tilbage til Danmark tog han i 1876 Adgangseksamen til Polyteknisk Læreanstalt og virkede derefter et Par Aar som Lærer i Mathematik. I 1881 blev han Assistent ved International Bell Telefone Co.'s Filial i København og det følgende Aar Assistent i Københavns Telefonselskab, hvor Faderen imidlertid var blevet Bogholder. Indenfor Telefonselskabet fik Dr. Jensen rig Anvendelse for sine mathematiske Evner, saa meget mere som disse var forenet med en usædvanlig teknisk Dygtighed. Han udviklede sig hurtig til en ubestridt Førstemand indenfor Telefonteknikken og avancerede derfor ogsaa rask i Telefonselskabet. I 1885 blev han Telefoningeniør og 5 Aar senere, i en Alder af kun 31 Aar, blev han Overingeniør og Chef for Københavns Telefonselskabs tekniske Afdeling. Han stillede yderst strenge Fordringer baade til Apparaternes Konstruktion og til de benyttede Materialer, og det skyldes i væsentlig Grad hans Indflydelse, at Københavns Telefonselskab tidlig naaede en høj teknisk Udvikling.

Dr. Jensens vigtigste Indsats indenfor Mathematiken er den bekendte Sætning om hele transcendente Funktioner, som bærer Navnet Jensens Theorem, og som nu findes optaget i flere Lærebøger. Denne Sætning udsiger, at hvis $f(z)$ er en hel Funktion saaledes beskaffen, at $f(0) \neq 0$, og $r_1, r_2, \ldots, r_n, \ldots$ betegner de absolute Værdier af Nulpunkterne, ordnede som en ikke aftagende Talfølge, saa vil, for $r_n \leqq r \leqq r_{n+1}$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log |f(re^{i\varphi})| \, d\varphi = \log \frac{r^n |f(0)|}{r_1 r_2 \cdots r_n}.$$

Ligeledes viser Jensen, at hvis $f(z)$ er meromorf, og $\varrho_1, \varrho_2, \cdots, \varrho_n, \cdots$ betegner de absolute Værdier af Polerne, ordnede som en ikke aftagende Talfølge, saa er for, $\varrho_m \leqq r \leqq \varrho_{m+1}$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \log |f(re^{i\varphi})| \, d\varphi = \log |f(0)| + \log \frac{r^{n-m} \varrho_1 \varrho_2 \cdots \varrho_m}{r_1 r_2 \cdots r_n}.$$

Disse Sætninger blev fremsat i et til Mittag-Leffler stilet Brev, der er offentliggjort i Acta mathematica, og de har spillet en betydelig Rolle i Funktionsteorien. I dette samme Brev meddeler Jensen, at man ved Hjælp af det omhandlede Theorem kan bevise, at Nulpunkterne for den Riemannske ξ-Funktion alle er reelle. Denne Udtalelse vakte megen Opsigt, fordi den kom fra en saa nøgtern og eksakt Forsker som Jensen, og fordi den betød, at man vilde være i Stand til at løse et af de berømteste Problemer i Mathematiken, nemlig Primtalsproblemet. Desværre lykkedes det ikke Jensen at indfri det Løfte, som han dermed havde givet, og dette har sikkert i de senere Aar pint ham meget. Hans Tanker kresede stadig om det Riemannske Problem, der gaar som en rød Traad gennem en stor Del af hans senere Produktion. Disse mangeaarige Undersøgelser har dog sat Frugt i en Række Sætninger om algebraiske Ligninger, samt Udvidelser af saadanne Sætninger til hele transcendente Funktioner. Jeg skal eksempelvis nævne følgende af Malo beviste Sætning: Naar de reelle Funktioner

$$a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m$$

og

$$b_0 + b_1 x + \cdots + b_n x^n$$

begge har lutter reelle Rødder, og den sidstes Koefficienter alle er positive, saa vil

$$a_0 b_0 + a_1 b_1 x + a_2 b_2 x^2 + \cdots$$

ligeledes have alle sine Rødder reelle. Denne Sætning udvider Jensen til at gælde for hele transcendente Funktioner af Rangen 0 eller 1.

Af den første af de ovennævnte Ligninger afleder Jensen den vigtige Ulighed

$$\frac{r^n}{r_1 r_2 \cdots r_n} |f(0)| \leqq M(r) \qquad r_n \leqq r \leqq r_{n+1}.$$

I en senere Afhandling, der i 1916 udkom i Videnskabernes Selskabs Skrifter, giver han en interessant Generalisation af denne Ulighed, idet han viser at

$$|f(z)| \leqq M \varkappa_1 \varkappa_2 \cdots \varkappa_n \qquad |z| < r.$$

Denne Ulighed er tillige en Udvidelse af det bekendte Schwarz'ske Lemma. Her betyder $z_1, z_2 \cdots z_n$ Nulpunkterne for $f(z)$ indenfor Cirklen $|z| < r$ og

$$\varkappa_\nu = \frac{r(z - z_\nu)}{r^2 - z z_\nu}. \qquad \nu = 1, 2, \cdots n.$$

Den nys nævnte Afhandling er forøvrigt i høj Grad karakteristisk for Jensen. Ved nogle ganske elementære Betragtninger beviser han en Række temmelig dybtliggende Uligheder, som forskellige Forfattere har fundet ud fra forskelligartede Synspunkter. Han tilvejebringer derved mellem de paagældende Problemer en indre Sammenhæng, som man hidtil havde savnet, og hans Beviser fremtræder i en saadan Form, at de næppe vil kunne reduceres til en højere Grad af Simpelhed eller baseres paa et mindre Maal af Forudsætninger.

Dette gælder ogsaa om Jensens Afhandling om konvekse Funktioner. Han tager heri som Udgangspunkt en Sætning af Cauchy, som udsiger, at det geometriske Middeltal mellem flere Tal altid er mindre end deres arithmetiske Middeltal. Han sidestiller denne Ulighed med forskellige andre af Cauchy, Hölder, Bienaymé, Rogers, Simon og Schlömilch fundne Uligheder og sammenfatter dem alle under et fælles og almindeligere Synspunkt, idet han indfører Begrebet konveks Funktion, det vil sige en i et vist Interval reel, entydig og endelig Funktion, som tilfredsstiller Uligheden

$$\varphi\left(\frac{x+y}{2}\right) \leqq \frac{\varphi(x)+\varphi(y)}{2}.$$

Paa en overraskende simpel Maade viser han, at denne Ulighed medfører at

$$\varphi\left(\frac{\sum\limits_{\nu=1}^{n} a_\nu x_\nu}{\sum\limits_{\nu=1}^{n} a_\nu}\right) \leqq \frac{\sum\limits_{\nu=1}^{n} a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum\limits_{\nu=1}^{n} a_\nu},$$

hvor Tallene a_ν alle er positive. Ved en Grænseovergang afleder han heraf en bemærkelsesværdig Ulighed mellem bestemte Integraler, som ikke tidligere har været opstillet.

Til Læren om Grænseværdier, Rækker, Produkter og Kædebrøker har Jensen givet forskellige Bidrag. Han har saaledes fundet en vidtgaaende Generalisation af en bekendt Sætning af Cauchy, som udsiger, at

$$\lim \frac{a_n}{n} = \lim\,(a_{n+1} - a_n),$$

hvis Grænseværdien paa højre Side eksisterer. I en Alder af kun 22 Aar gav han en udmærket klar og overskuelig Fremstilling af de uendelige Rækkers Theori, og et Par Aar senere beviste han, at Konvergensomraadet for en Dirichlet'sk

Række og for en Fakultetrække er en Halvplan, begrænset til venstre af en ret Linie perpendiculær paa de reelle Tals Akse.

Han har beskæftiget sig ret indgaaende med forskellige specielle Funktioner, navnlig med den Riemann'ske ζ-Funktion og de Prym'ske P-og Q-Funktioner. I 1891 udgav han en Monografi over Gammafunktionen, som endnu staar som den bedste Fremstilling af denne Funktions Teori.

Jensen blev i 1907 indvalgt som Medlem af dette Selskab; han var Formand for Kassekommissionen i Aarene 1917—1924. I 1918 blev han Æresdoktor ved Lunds Universitet, en Udmærkelse som han satte megen Pris paa. Han var endvidere indtil sin Død Medlem af Redaktionen for Acta mathematica og i Aarene 1892—1901 Formand for Mathematisk Forening. I Aarenes Løb har han holdt et meget stort Antal Foredrag i Mathematisk Forening og derigennem øvet en betydelig Indflydelse paa det mathematiske Studium i Danmark. Han har navnlig bidraget til at gøre Weierstrass funktionstheoretiske Arbejder kendt her i Landet.

Dr. Jensen var en indesluttet Natur; kun naar Talen faldt paa religiøse Æmner, blev han mere aabenhjertig. Han var en ivrig Tilhænger af Theosofien, deltog ofte i theosofiske Møder og læste gerne theosofiske Skrifter.

I Januar 1924 tog Jensen sin Afsked i Telefonselskabet i Forhaabning om derved at vinde Tid til at tilendeføre de omfattende videnskabelige Undersøgelser, som han havde paabegyndt. Men en mangeaarig Sygdom havde nedbrudt hans Helbred. Hyppige Anfald af Hjertekrampe gjorde i de sidste Aar hans Liv til en forsat Lidelse. Ved sin Bortgang har han efterladt en tom Plads i de danske Mathematikeres Rækker, som det vil blive vanskeligt at udfylde.

Fortegnelse over J. L. W. V. Jensen's trykte mathematiske Arbejder.

1. Om Fundamentalligningers Opløsning ved elementære Midler. Tidsskrift for Mathematik (4). 2. 149—155. (1878).
2. Independent Fremstilling af nogle højere Differentialkvotienter. Tidsskrift for Mathematik (4). 3. 90—95. (1879).
3. Om Multiplikationsreglen for tvende uendelige Rækker. Tidsskrift for Mathematik (4). 3. 95—96. (1879).
4. Multiplication de deux séries convergentes. Nouvelle Correspondance mathématique 5. 430—432. (1879).
5. Nogle Sætninger og Beviser fra de uendelige Rækkers og Produkters Theori. Tidsskrift for Mathematik (4). 5. 65—77. (1881).
6. Bemærkninger til Opgave 459 og dens Løsning. Tidsskrift for Mathematik (5). 1. 31—32. (1883).
7. Om Rækkers Konvergens. Tidsskrift for Mathematik (5). 2. 63—72. (1884).
8. Om en Sætning af Cauchy. Tidsskrift for Mathematik (5). 2. 81—84. (1884).
9. Om Grænseværdi og irrationale Tal. Tidsskrift for Mathematik (5). 3. 33—39. (1885).
10. Om Raabe's og Duhamel's Konvergensbetingelse. Tidsskrift for Mathematik (5). 4. 15—16. (1886).
11. En Funktionalligning. Tidsskrift for Mathematik (5). 5. 90—93. (1887).
12. Sur la fonction ζ (s) de Riemann. C. R. 104. 1156—1159. (1887).
13. Sur une théorème général de convergence. C. R. 106. 729—731. (1888).
14. Sur une généralisation d'un théorème de Cauchy. C. R. 106. 833—836. (1888).
15. Sur une théorème général de convergence. Réponse aux remarques de M. Cesaro. C. R. 106. 1520—1522. (1888).
16. Observations sur une communication récente de M. Cesaro. C. R. 107. 81—82. (1888).

17. Sur un théorème de convergence. Nouvelles Annales de mathématiques. (3). 7. 196—198. (1888).
18. Sur une généralisation d'une formule de Tchebicheff. Bull. Sc. math. (2). 12a. 134—135. (1888).
19. Udvidelse af en Sætning af Tchebycheff. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 2. 1—3. (1891).
20. Gammafunktionens Theori i elementær Fremstilling. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 2. 33—55; 57—72; 83—85. (1891).
21. Sur une expression simple du reste dans la formule d'interpolation de Newton. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Oversigt 1894. 246—252.
22. Om Løsning af Funktionalligninger med det mindste Maal af Forudsætninger. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 8. 25—28. (1897).
23. Sur un nouvel et important théorème de la théorie des fonctions. Acta mathematica. 22. 359—364. (1899).
24. Sur une identité d'Abel et sur d'autres formules analogues. Acta mathematica. 26. 307—318. (1902).
25. En Opgave ved Skoleembedseksamen. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 15. 86—89. (1904).
26. Om konvexe Funktioner og Uligheder mellem Middelværdier. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 16. 49—68. (1905).
27. Sur des fonctions convexes et des inégalités entre les valeurs moyennes. Acta mathematica. 30. 175—93. (1906).
28. Bidrag til Kædebrøkernes Teori. Festskrift til H. G. Zeuthen. 78—88. (1909).
29. En nødvendig og tilstrækkelig Betingelse for at en given Taylorsk Række ikke har singulære Punkter udenfor et retlinet Snit. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 21. 49—52. (1910).
30. Om den absolute Værdi af en analytisk Funktion. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 21. 52—54. (1910).
31. Undersøgelser over Ligningernes Theori. Anden skandinaviske Matematikerkongres. 51—65. (1912).
32. Recherches sur la théorie des équations. Acta mathematica 36. 181—195. (1913).
33. Forskellige Bidrag til Ligningernes Theori. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 26. 6—13. (1915).
34. Nogle Uligheder fra Ligningernes Teori. Tredie skandinaviske Matematikerkongres. 143—145. (1915).

35. Et nyt Udtryk for den talteoretiske Funktion $\sum_{n=1}^{m} \mu(n) = M(m)$ Tredie skandinaviske Matematikerkongres. 145—147. (1915).

36. Undersøgelser over en Klasse fundamentale Uligheder i de analytiske Funktioners Theori. I. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter. (8). 2. 199—228. (1916).

37. An elementary exposition of the theory of the Gamma function. Annals of Mathematics. (2). 17. 124—166. (1916).

38. Studier over en Afhandling af Gauss. Nyt Tidsskrift for Mathematik B. 29. 29—36. (1918).

39. Investigation of a class of fundamental inequalities in the theory of analytic functions. Annals of Mathematics. (2). 21. 1—29. (1919).

40. Om en Klasse definite transcendente Funktioner. Matematisk Tidsskrift B. 1923. 38—41.

41. Et elementært Udtryk for $\sin x$, gældende for reelle x. Matematisk Tidsskrift B. 1925. 80—81.

42. En Transformation af en Potensrække til en Sum af lutter Kvadrater. Matematisk Tidsskrift B. 1925. 82—83.